한국R사용자커뮤니티(R Korea)

R로 하는 IRT(문항반응이론)과 CDM(인지진단모형)

김권현

R User Conference

2019. 10. 25

발표자 소개

- 서울대 인지과학 박사, 서울대 물리학부 학사
- 저술
  - R로 하는 빅데이터 분석: 데이터 전처리와 시각화 (2019)[1]
  - 고등학교 인수분해 (거의) 완전 정복 (2019)
  - 좌충우돌 강화학습의 이론과 구현[2]
  - 수학의 숨은 원리 (2017)
  - 기초 통계학의 숨은 원리 이해하기 (2013)
  - ds.sumeun.org/?
- 이메일: kwonhyun.kim골뱅이gmail.com

[1] https://www.facebook.com/RBigDataAnalysis/

[2] 원고: http://books.sumeun.org/?p=97

차례

1. 법학적성시험
2. 문항반응이론
3. 인지진단모형
4. 마무리

Table of Contents

1 법학적성시험

2 문항반응이론

3 인지진단모형

4 마무리

법학적성시험 개요

법학적성시험(**LEET**; **L**egal **E**ducation **E**ligibility **T**est)은 법학전문대학원 교육을 이수하는 데 필요한 수학 능력과 법조인으로서 지녀야 할 기본적 소양 및 잠재적인 적성을 가지고 있는지를 측정하는 시험이다. 법학전문대학원 입학 전형에서 적격자 선발 기능을 제고하고, 법학 교육 발전을 도모하는 데 목적이 있다.[3]

[3] 출처: `http://www.leet.or.kr/`

법학적성시험은 무엇을 측정하는가?

- 법학전문대학원 교육을 이수하는 데 필요한 **수학 능력**
- 법조인으로서 지녀야 할 **기본적 소양 및 잠재적 적성**

출제 기본방향

특정 전공 영역에 대한 세부 지식이 없더라도 대학 교육과정을 정상적으로 마쳤거나 마칠 예정인 수험생이면 주어진 자료에 제공된 정보와 종합적 사고력을 활용하여 문제를 해결할 수 있도록 문항을 구성함.

- **언어이해** : 법학전문대학원 교육에 필요한 독해 능력, 의사소통 능력 및 종합적인 사고력을 측정함.
- **추리논증** : 사실, 주장, 이론, 해석 또는 정책이나 실천적 의사결정 등을 다루는 다양한 분야의 소재를 활용하여 법학전문대학원 교육에 필요한 추리(reasoning) 능력과 논증(argumentation) 능력을 측정함.
- **논술** : 법학전문대학원 교육 및 법조 현장에서 필요한 논증적 글쓰기 능력을 측정함.

질문

- **어떤 문제를 출제해야 할까요?**
  - 문제로 밝혀내려는 능력/소양/적성, 문제의 내용, 난이도 등
- **문제를 어떻게 채점해야 할까요?**
  - 모든 문항에 대해 동일한 점수를 부여해야 할까요?
  - 틀린 문항에 대해 감점을 해야 할까요?
- **문제를 어떻게 활용해야 할까요?**
  - 총점수만 보고해야 할까요? 아니면 부분 점수들도 보고해야 할까요?
  - 커트라인을 설정해야 할까요?

핵심 질문

- 지식, 능력, 적성과 같이 직접 **관찰할 수 없는 대상**을 어떻게 측정할 것인가?

심리측정, 교육평가의 대답

- 측정 결과가 측정하고자 하는 것을 측정하고 있으며,
- 측정 결과가 일관적이라는 것을,
- **(실험적/이론적) 증거**로 뒷받침할 수 있어야 한다.

타당도와 신뢰도

- **타당도**(validity) : 측정하고자 하는 바를 측정하는가?
- **신뢰도**(reliability) : 측정 결과가 일관적인가?

Figure: 신뢰도와 타당도의 관계[4]

[4]출처: Patrícia Martinková(2018) 의 수업자료

평가 도구와 점수에 대해 분석하는 3가지 접근 방법

- **고전검사이론**(CTT; Classical Test Theory)
- **문항반응이론**(IRT; Item Response Theory)
- **인지진단모형**(CDM; Cognitive Diagnostic Model)

관심의 대상

- **검사**의 전체적인 특성 : 타당도, 신뢰도 등
- **문항**의 특성 : 문항의 난이도, 변별도 등
- **피험자**의 특성 : 능력, 적성, 지식 등

Table of Contents

1 법학적성시험

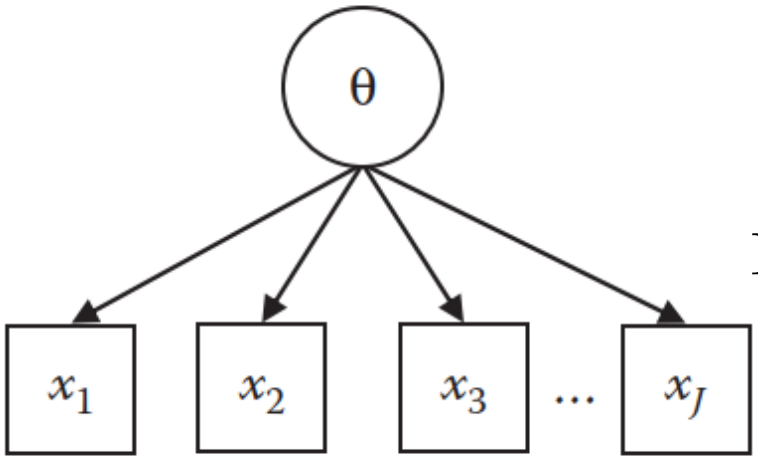
2 문항반응이론

3 인지진단모형

4 마무리

문항반응이론이란?

잠재변수(지식, 능력, 적성 등)에 따른 문항 반응에 대한 **확률 모형**[5].
동일한 잠재변수를 측정하는 문항의 경우, 그 결과가 잠재변수에 의해 확률적으로 결정된다.[6]



$$\text{logit}(Y_{ij}) = \alpha_j(\theta_i - \delta_j)$$

$$\text{P}(Y_{ij} = 1) = \frac{1}{1 + \exp[-\alpha_j(\theta_i - \delta_j)]}$$

[5]확률 모형은 **불확실성**을 확률로 표현한다.

[6]그림 출처: Levy et al.(2016). *Bayesian Psychometric Modeling*

여러가지 문항반응모형

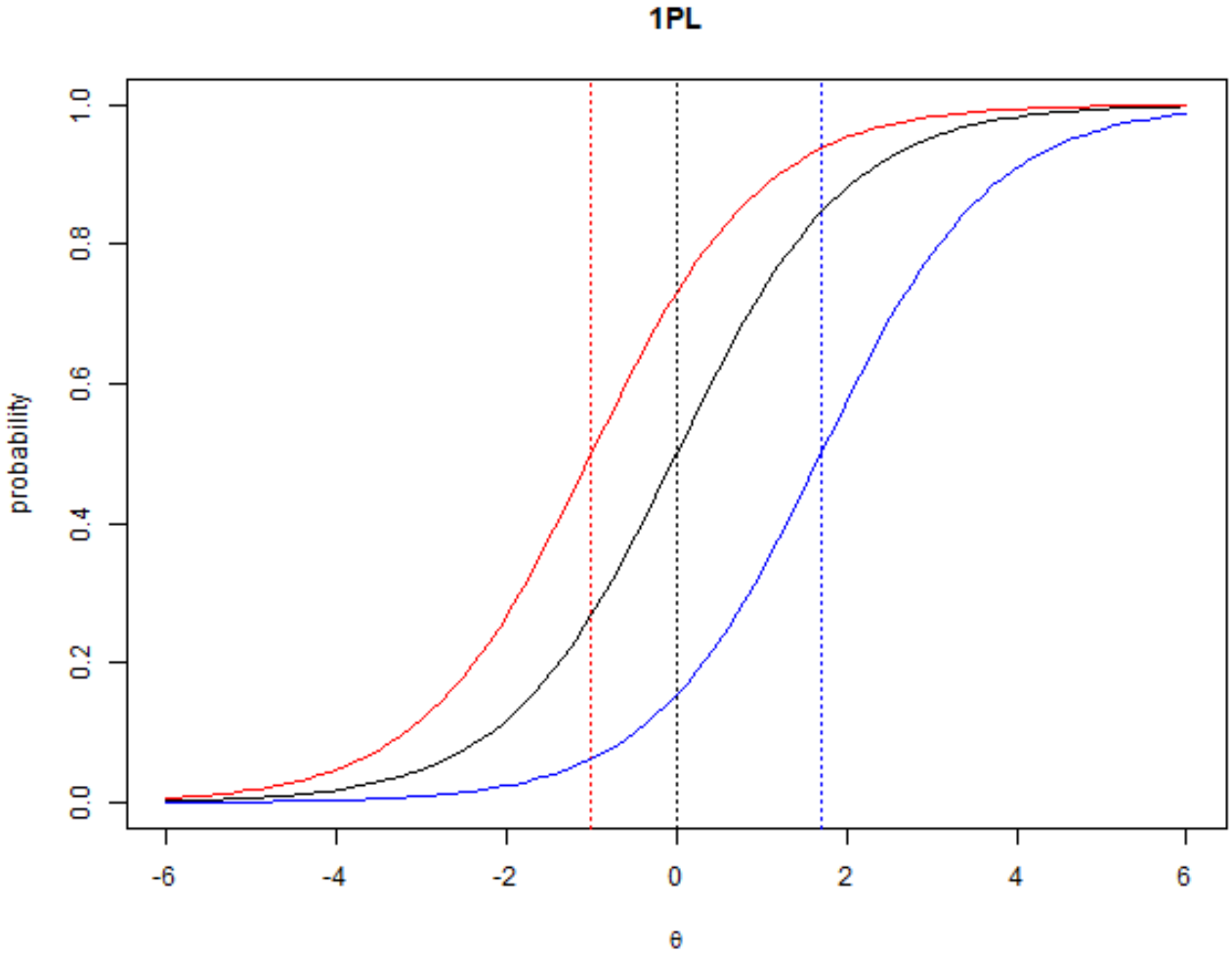
- **1PL** : $\text{logit}(Y_{ij}) = \boldsymbol{\alpha}(\theta_i - \delta_j)$
- **2PL** : $\text{logit}(Y_{ij}) = \alpha_j(\theta_i - \delta_j)$
- **3PL**

$$\text{P}(Y_{ij}) = \boldsymbol{\epsilon_j} + (1 - \boldsymbol{\epsilon_j})\frac{1}{1 + \exp[-\alpha_j(\theta_i - \delta_j)]}$$

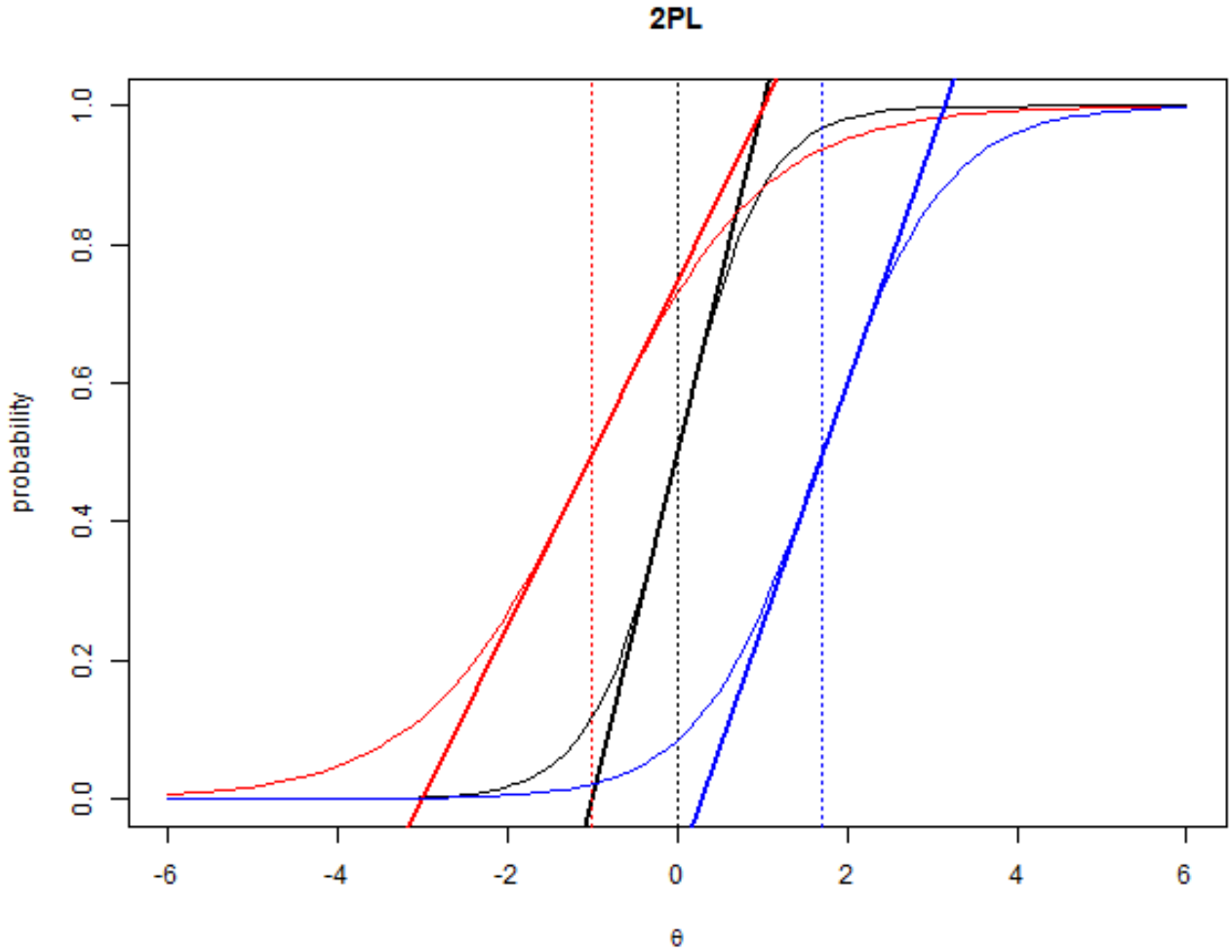
- **4PL**

$$\text{P}(Y_{ij}) = \epsilon_j + (\boldsymbol{\chi_j} - \epsilon_j)\frac{1}{1 + \exp[-\alpha_j(\theta_i - \delta_j)]}$$

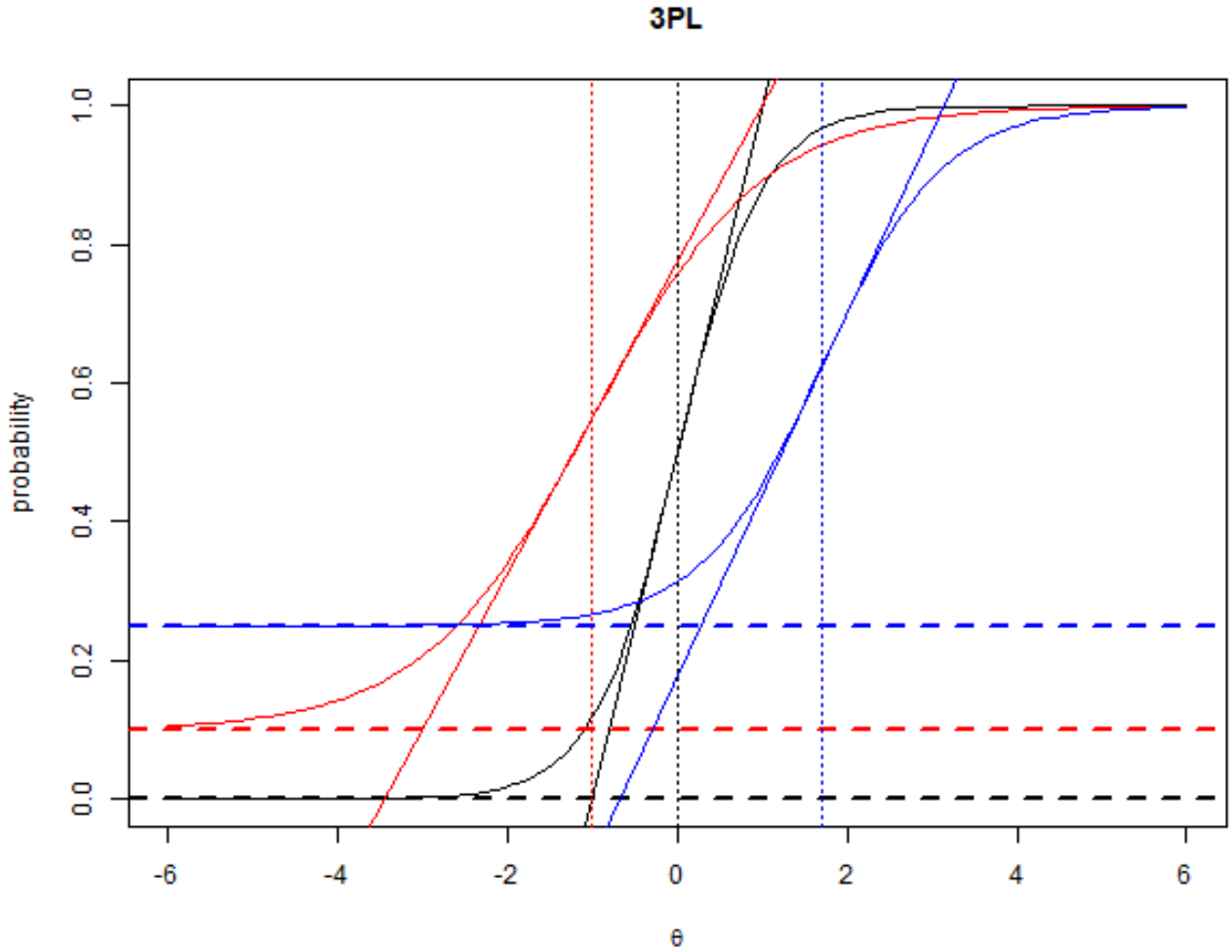
1PL 모형



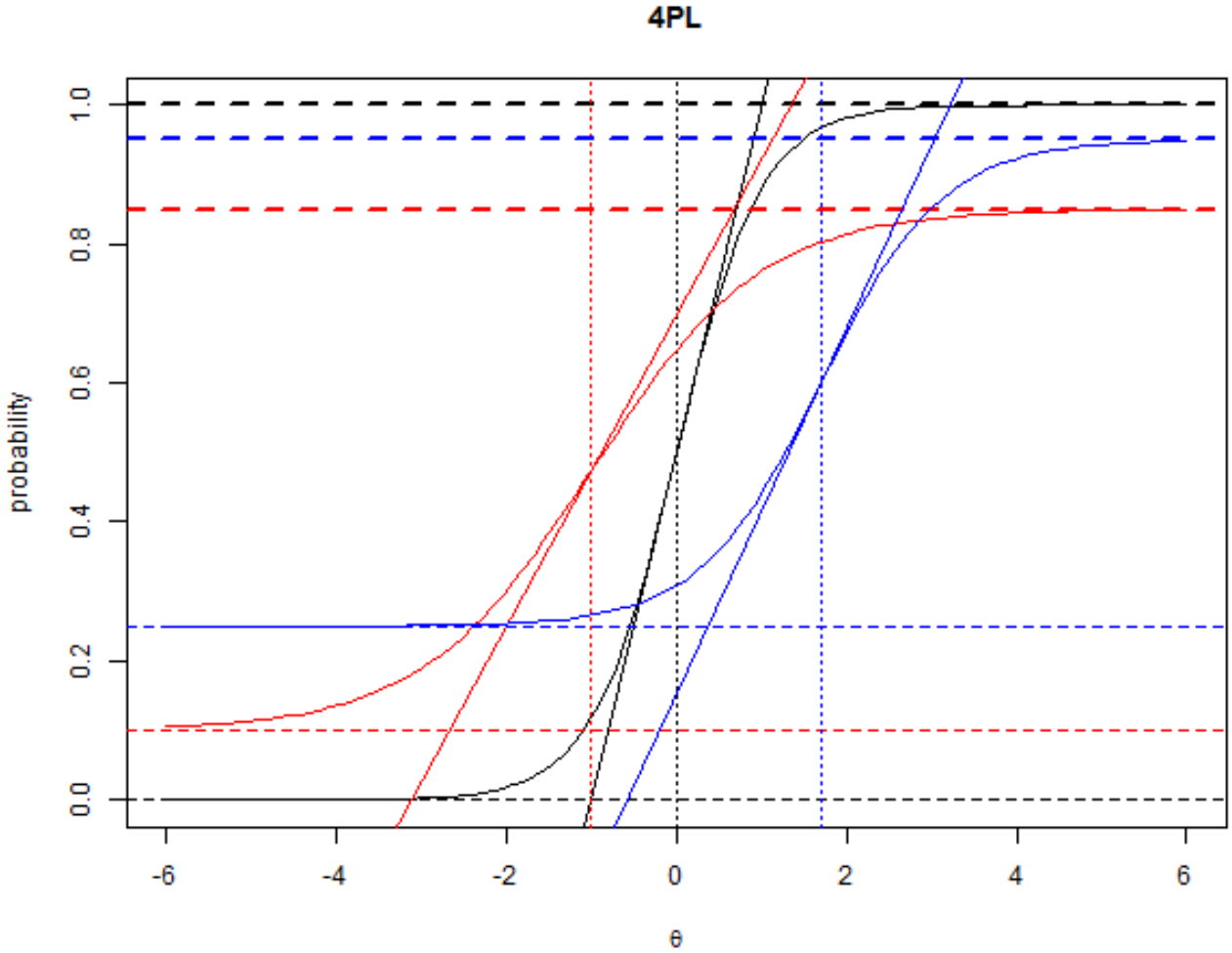
2PL 모형



3PL 모형



4PL 모형



벡 우울 척도(BDI; Beck Depression Inventory) (일부)

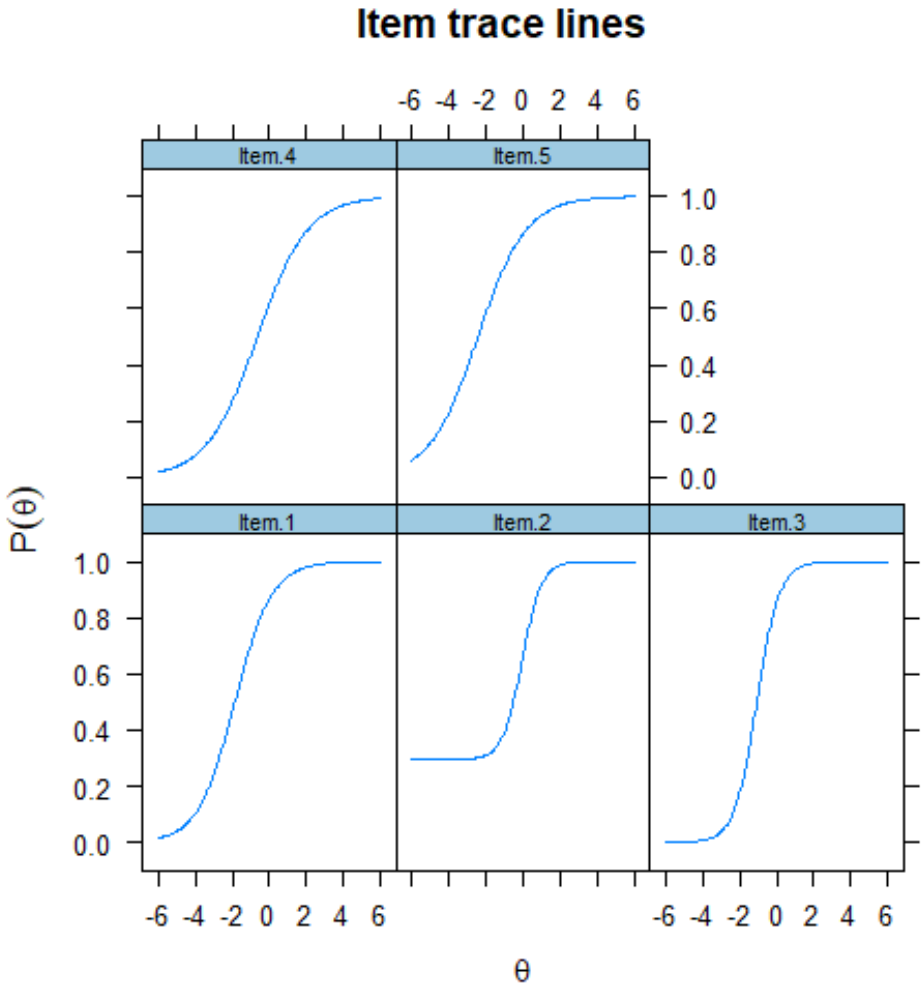
- 나는 슬프지 않다.
- 나는 앞날에 대해서 별로 낙심하지 않는다.
- 나는 실패자라고 느끼지 않는다.
- 나는 전과같이 일상생활에 만족하고 있다.
- 나는 특별히 죄책감을 느끼지 않는다.
- 나는 벌을 받고 있다고 느끼지 않는다.
- 나는 나 자신에게 실망하지 않는다.
- 내가 다른 사람보다 못한 것 같지는 않다.
- 나는 평소보다 더 울지는 않는다.
- 나는 요즈음 평소보다 더 짜증을 내는 편은 아니다.
- 나는 다른 사람들에 대한 관심을 잃지 않고 있다.
- 나는 평소처럼 결정을 잘 내린다.
- 나는 전보다 내 모습이 나빠졌다고 느끼지 않는다.
- 나는 전처럼 일을 할 수 있다.
- 나는 평소처럼 잠을 잘 수 있다.
- 나는 평소 보다 더 피곤하지는 않다.

R 활용 1: 문항의 특성 알아보기

```
library(mirt)

data(LSAT7)
dat <- expand.table(LSAT7)
fit3PL <- mirt(data=dat,
               model=1,
               itemtype='3PL')

plot(fit3PL, type='trace')
coef(fit3PL)
```



R 활용 2

```
cf = coef(fit3PL,
          IRTpars=TRUE)[1:5]
th = do.call(
  rbind, cf)[, 'b']

library(WrightMap)
wrightMap(thetas = fscores(fit3PL),
          thresholds = th,
          person.side = personDens)
```

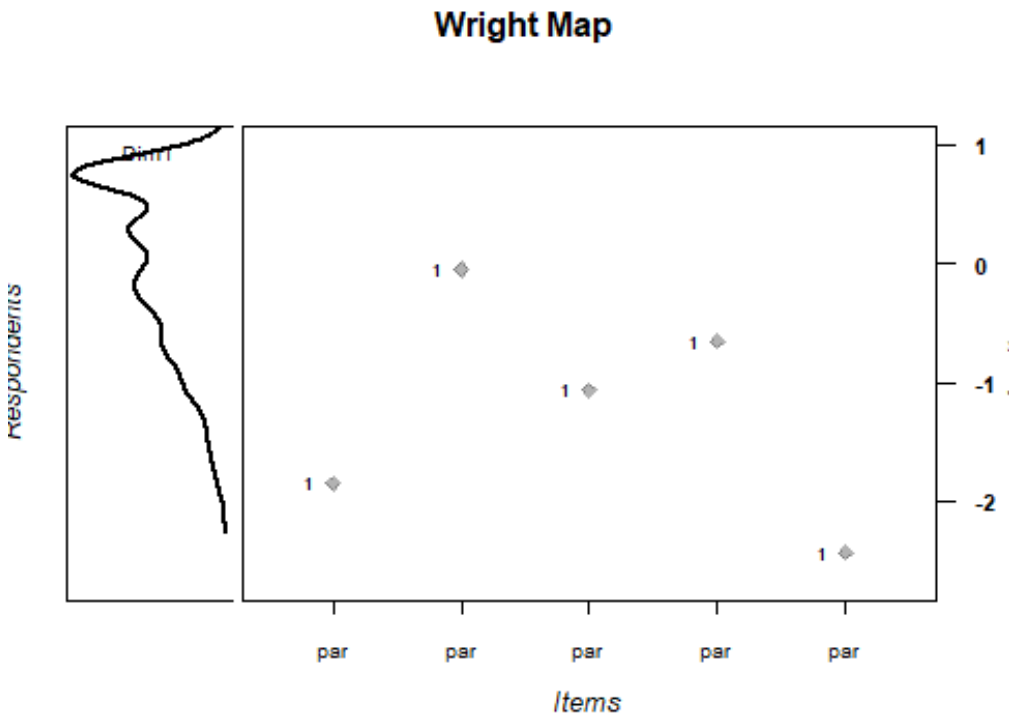


Table of Contents

1 법학적성시험

2 문항반응이론

3 인지진단모형

4 마무리

문항반응이론의 한계

- 둘 이상의 잠재변수를 가정할 수 있지만, 이를 정확히 측정하기 위해서는 문항의 갯수가 늘어난다.
- 두 잠재변수의 상호작용방법에는 수많은 가능성이 존재한다.[7]

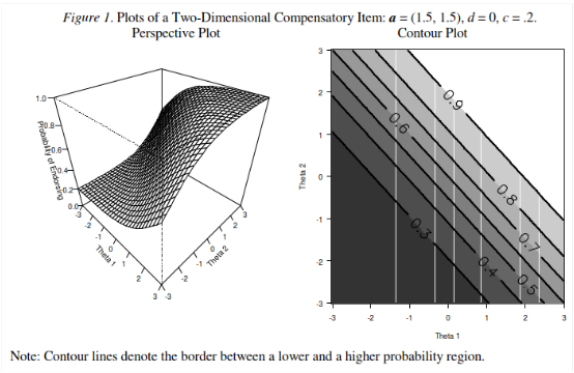


Figure: 상호보완적 잠재변수

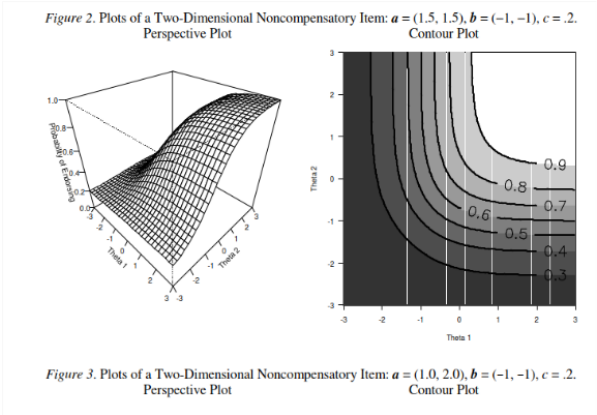


Figure: 비상호보완적 잠재변수

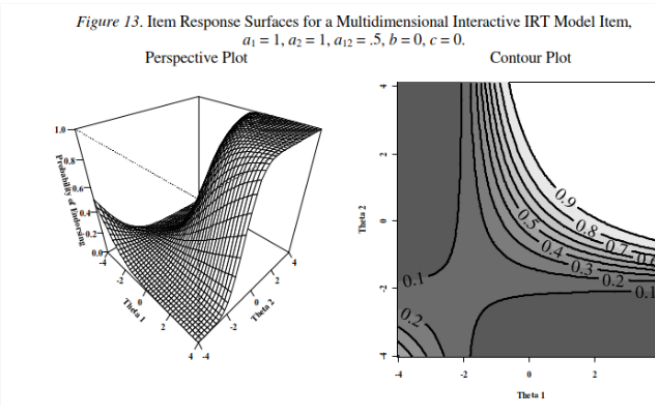


Figure: 복합적인 잠재변수

[7]그림 출처: Babcock.(2009). *Estimating a Noncompensatory IRT Model Using a Modified Metropolis Algorithm.*

인지진단모형

- **특징**
  - 잠재변수(능력; ability)는 존재 또는 부재할 수 있다.
  - 문항반응이론은 연속적인 잠재변수를 가정하고, 인지진단모형을 이산적인 잠재변수를 가정한다.
  - 20여 문항으로 4차원 이상의 능력(또는 기술; skill)의 존재를 추정할 수 있다.
- **장점**
  - 수험자의 능력을 다차원적으로 분석할 수 있다.
  - 세부 능력 간의 상호 작용을 살펴볼 수 있다.

인지진단모형의 예: DINA(Deterministic Input Noisy AND Gate)

- DINA 문항을 풀기 위해서 필요한 세부 기술은 전문가들의 추정한다 (Q-행렬).
- 문항을 정확하게 풀기 위해서는 모든 세부 기술을 갖추어야 한다.
- DINA 문항의 경우 문항을 정확하게 풀 확률은 다음과 같다.

$$\pi_{ij} = \mathrm{P}(Y_{ij} = 1 | \delta_{ij}) = (1 - s_j)^{\delta_{ij}} g_j^{1-\delta_{ij}}, \quad \delta_{ij} = \prod_{k=1}^{K} \alpha_{ik}^{q_{jk}}$$

(i : 수험생, j : 문항번호, k : 세부기술,
α_{ik} : 문항 i 를 풀기 위해 세부기술 k 가 필요한가 여부)

인지진단모형의 주요 요소

- **수험생의 세부능력(기술) 프로파일** : 수험생이 가지고 있는 세부 능력 리스트(유형)
- **Q-행렬** : 문항을 정확하게 풀기 위해 필요한 세부능력 리스트
- **추측(guessing) 확률** : 문항을 풀기 위해 필요한 세부능력이 전혀 없어도 추측으로 정확하게 풀 확률
- **실수(slippage) 확률** : 문항을 풀기 위해 필요한 세부능력을 모두 갖추었지만 실수할 확률
- **세부 기술의 상호 작용**(condensation rule) : 문항을 풀기 위해 세부 기술이 모두 필요한가? 일부만으로도 가능한가?

R 활용: 문항의 특성 알아보기

```
library(CDM)

dat = fraction.subtraction.data
Q = fraction.subtraction.qmatrix

fitDIN <- din(data=dat,
              q.matrix=Q,
              rule='DINA',
              progress=TRUE)

plot(fitDIN)
coef(fitDIN)
```

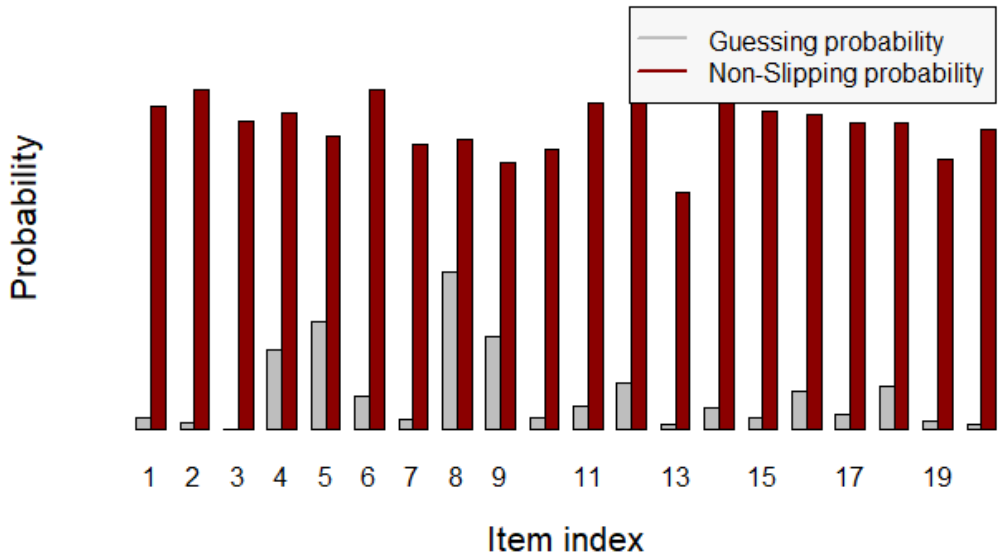


Table of Contents

1 법학적성시험

2 문항반응이론

3 인지진단모형

4 마무리

핵심 질문이 무엇이었나?

- 지식, 능력, 적성과 같이 직접 **관찰할 수 없는 대상**을 어떻게 측정할 것인가?
  - 검사를 만들고, 채점하고, 활용하기 위해서는 검사의 **타당도와 신뢰도**에 대한 **실험적, 이론적 증거**가 필요하다!
  - 검사 문항 반응의 두 **확률적 모형(문항반응이론, 인지진단모형)**을 살펴보았다.

경청해주셔서 감사합니다!